

Indice

1	Operazioni elementari, convoluzione, correlazione	1
1.1	Operazioni elementari	1
1.1.1	Ribaltamento, traslazione, scalatura	1
1.2	Convoluzione	5
1.2.1	Convoluzione tra segnali somma di segnali elementari (Delta, rettangoli, gradini)	5
1.2.2	Convoluzione (segnale rettangolare ed esponenziale)	8
1.2.3	Convoluzione tra segnali composti (triangolo ed esponenziale)	10
1.2.4	Convoluzione normalizzata (gradino e segno)	13
1.2.5	Convoluzione circolare tra due segnali di stesso periodo fondamentale	14
1.3	Correlazione	18
1.3.1	Cross-correlazione tra segnali di energia (rettangolo, triangolo)	18
1.3.2	Cross-correlazione e convoluzione (rettangolo e segnale sinusoidale)	19
1.3.3	Auto-correlazione di un segnale di energia (trapezio)	20
1.4	Esercizi proposti	22
2	Rappresentazione vettoriale dei segnali	29
2.1	Prodotto scalare, ortogonalità e distanza tra segnali	29
2.1.1	Prodotto scalare e distanza tra segnali di energia (rettangolo, esponenziale)	29
2.1.2	Prodotto scalare e distanza tra segnali di potenza	33
2.1.3	Ortogonalità tra segnali (proprietà di simmetria)	36
2.2	Approssimazione di un segnale in uno spazio vettoriale	37
2.2.1	Ortogonalizzazione di una base ed approssimazione di un segnale (segnali rettangolari)	37
2.2.2	Ortogonalizzazione di una base ed approssimazione di un segnale (segnali sinusoidali)	39
2.2.3	Approssimazione di un segnale esponenziale in una base ortogonale	42
2.2.4	Rappresentazione in basi biortogonali (n-uple di numeri)	43

2.2.5	Approssimazione di un segnale in una base biortogonale (segnali rettangolari)	45
2.3	Esercizi proposti	50
3	Analisi di Fourier	53
3.1	Trasformata di Fourier: principali proprietà	53
3.1.1	Trasformata di Fourier di un segnale ad energia finita (esponenziale)	53
3.1.2	Trasformata di Fourier di un segnale composto	55
3.1.3	Trasformata di Fourier di segnali gaussiani	55
3.1.4	Convoluzione tra sinusoidi e segnali ad energia finita	57
3.1.5	Convoluzione tra segnali (sinusoide, sinc)	60
3.1.6	Densità spettrale di energia (segnale esponenziale)	61
3.2	Trasformata di Fourier di segnali periodici	62
3.2.1	Sviluppo in Serie di Fourier di segnali sinusoidali e cross- correlazione	62
3.2.2	Sviluppo in Serie di Fourier (impulsi gaussiani)	64
3.2.3	Sviluppo in Serie di Fourier (impulsi triangolari)	67
3.3	Relazioni di Parseval	69
3.3.1	Ortogonalità tra segnali (analisi nel dominio delle frequenze)	69
3.3.2	Distanza tra segnali parametrici	71
3.3.3	Rappresentazione vettoriale ed approssimazione di segnali (sinc)	72
3.4	Esercizi proposti	74
4	Variabili Casuali	81
4.1	Richiami sul calcolo delle probabilità	81
4.1.1	Esempi di calcolo delle probabilità	81
4.2	Variabili casuali discrete	89
4.2.1	Dado equilibrato	89
4.2.2	Estrazioni e monete	92
4.2.3	Palline e Urne	93
4.2.4	Estrazioni del lotto	96
4.3	Variabili casuali continue	97
4.3.1	Caratterizzazione di variabili casuali continue	97
4.3.2	Funzione di una variabile casuale uniforme (trapezio)	98
4.3.3	Densità condizionata di una variabile continua	99
4.3.4	Funzione di variabile casuale continua condizionata (triangolo)	100
4.4	Vettori di variabili casuali	104
4.4.1	Densità congiunta di due variabili casuali discrete (monete truccate e palline)	104
4.4.2	Valori attesi condizionati di variabili casuali discrete (mo- nete, palline, urne)	107
4.4.3	Valori attesi condizionati di somme di variabili casuali	114

4.4.4	Indipendenza ed incorrelazione di due variabili casuali continue	116
4.4.5	Valori attesi condizionati di due variabili casuali uniformi	118
4.4.6	Densità di probabilità di una funzione di due variabili casuali	121
4.4.7	Densità di probabilità congiunta di due funzioni di due variabili casuali uniformi	123
4.4.8	Funzione caratteristica congiunta di due variabili casuali .	127
4.5	Esercizi proposti	129
5	Processi stocastici	137
5.1	Caratterizzazione di processi stocastici	137
5.1.1	Segnale sinusoidale con fase casuale	137
5.1.2	Segnale periodico con fase casuale oppure ampiezza casuale	141
5.1.3	Caratterizzazione di un processo gaussiano bianco	146
5.1.4	Processo PAM rettangolare e segnale casuale costante . .	148
5.1.5	Somma di processi gaussiani indipendenti	151
5.2	Esercizi proposti	154
6	Sistemi a tempo continuo	159
6.1	Classificazione dei sistemi	159
6.1.1	Scalatura dell'asse dei tempi	159
6.1.2	Sommatore	161
6.1.3	Media mobile	161
6.1.4	Classificazione di un sistema lineare tempo invariante . .	164
6.2	Sistemi lineari tempo invarianti (LTI)	165
6.2.1	Risposta al gradino di un sistema LTI	165
6.2.2	Filtraggio di sinusoidi	166
6.2.3	Filtraggio di un segnale periodico (derivatore)	168
6.2.4	Filtraggio di un segnale somma di segnali elementari . . .	169
6.3	Processi stocastici nei sistemi	170
6.3.1	Filtraggio di un rumore gaussiano bianco passa-banda . .	170
6.3.2	Filtraggio di un rumore gaussiano (somma di rumori gaus- siani)	171
6.3.3	Filtraggio di un segnale periodico con fase casuale e ru- more gaussiano	174
6.3.4	Processo PAM e rumore gaussiano	176
6.3.5	Prodotto di processi stocastici indipendenti (gaussiano e sinusoidale)	178
6.4	Campionamento e quantizzazione (sistemi non LTI)	179
6.4.1	Filtraggio di un segnale campionato ed interpolato	179
6.4.2	Interpolazione non ideale di un segnale campionato	181
6.4.3	Interpolazione di un segnale sotto-campionato	183
6.4.4	Quantizzatore a 2 livelli	184
6.5	Esercizi proposti	190

7	Appendice	203
7.1	Segnali elementari	203
7.1.1	Segnali elementari di uso comune	203
7.2	Richiami sugli spazi vettoriali dei segnali	206
7.2.1	Spazio dei Segnali	206
7.2.2	Distanza tra segnali	206
7.2.3	Spazio Vettoriale	209
7.2.4	Norma	211
7.2.5	Prodotto Scalare	212
7.2.6	Relazioni tra distanza, norma, prodotto scalare	214
7.2.7	Rappresentazione di un segnale rispetto ad una base	215
7.2.8	Approssimazione di un segnale rispetto ad una base	219
7.2.9	Cross-correlazione tra segnali	221
7.3	Richiami sulla trasformata di Fourier	224
7.3.1	Definizione della trasformata di Fourier	224
7.3.2	Principali proprietà della trasformata di Fourier	226
7.3.3	Trasformata di Fourier di segnali elementari	229
7.3.4	Proprietà dell'impulso di Dirac	230
7.3.5	Trasformata di Fourier di un segnale periodico e legami con la serie di Fourier	231
7.3.6	Densità spettrali di energia e di potenza	232
7.4	Richiami sulle variabili casuali e sui processi stocastici	234
7.4.1	Misura di probabilità	234
7.4.2	Richiami sul calcolo combinatorio	237
7.4.3	Variabili casuali	238
7.4.4	Processi stocastici	251
7.5	Richiami sui sistemi a tempo continuo	261
7.5.1	Classificazione di un sistema	261
7.5.2	Sistemi lineari e lineari tempo invarianti	262
7.5.3	Filtraggio di un processo stocastico	270
7.5.4	Campionamento ed interpolazione di un segnale	273
7.5.5	Quantizzazione di un segnale	274
	Bibliografia	285